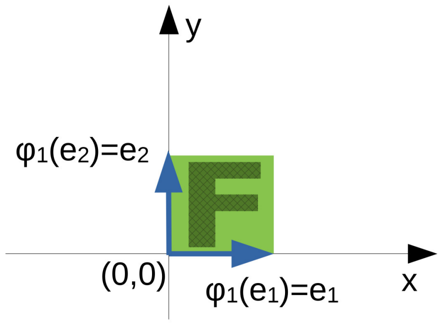
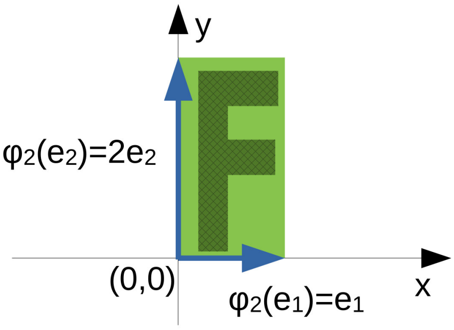
Przykład 7.5.3. Endomorfizmy przestrzeni $\mathbb{R}^2$

$e_1 = \hat{i}$

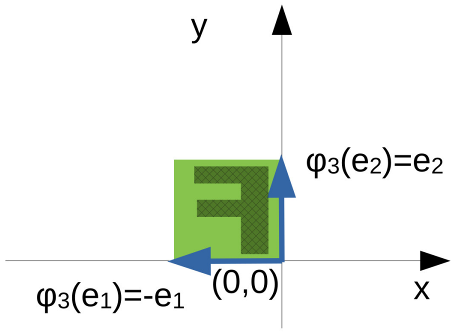
$e_2 = \hat{j}$



identyczność $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

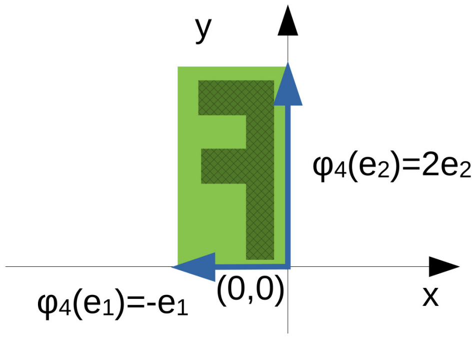


rozciąganie $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

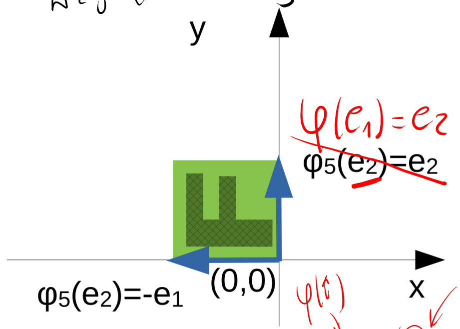


odbicie (symetria osiowa) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

względem oy

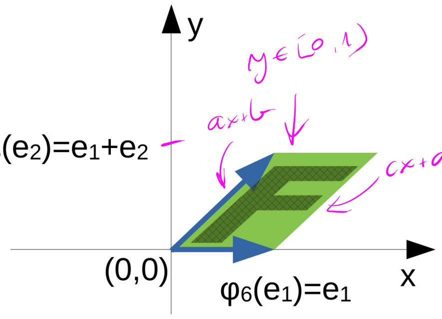


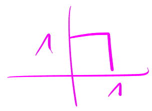
rozciąganie i odbicie $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{odbicie}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{rozciąganie}}$



$\varphi(\hat{i})$ $\varphi(\hat{j}) = -\hat{i}$

obrót (rotacja) o kąt $\frac{\pi}{2}$ $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$





$\{(x,y) : x \in [0,1), y \in [0,1)\}$

powinowactwo ścinające (ang. shear) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

WIKIPEDIA

$\det \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \neq 0$

odwracalna

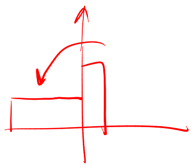
$\Downarrow$

$\exists \varphi^{-1}$

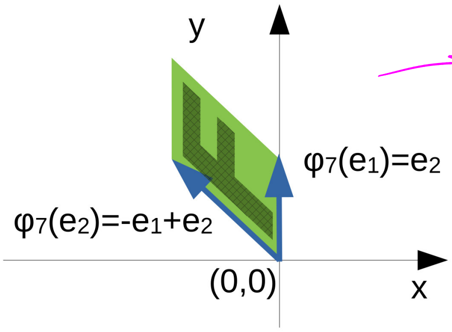
(e_1, e_1+e_2) inna baza $\mathbb{R}^2$

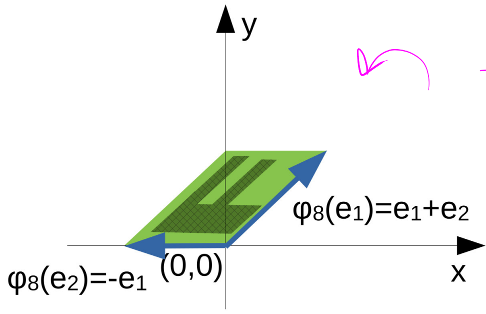
$\vec{v} = [2,5]$

$\varphi(\vec{v}) = [-5,2]$

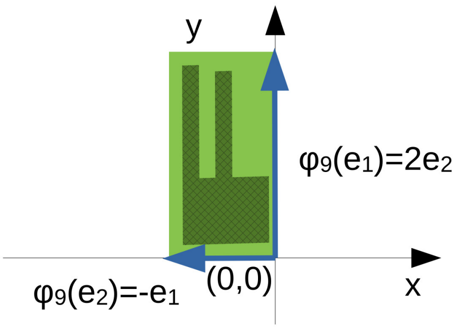


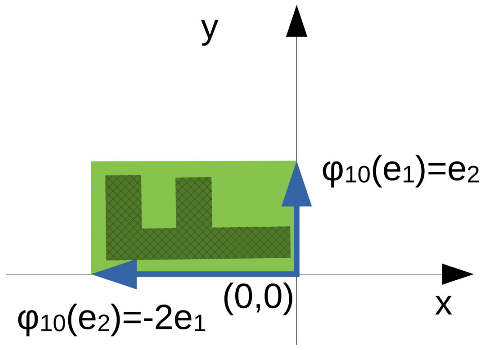
$[x,y] \circ [-y,x] = -xy + xy = 0$





powinowactwo ścinające i rotacja $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ rotacja i powinowactwo ścinające $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

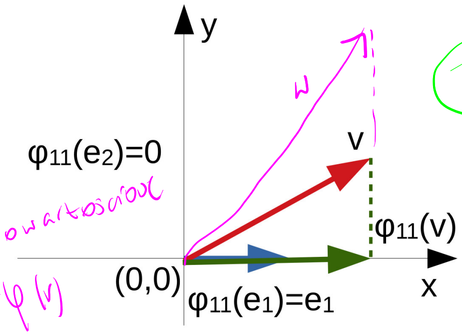


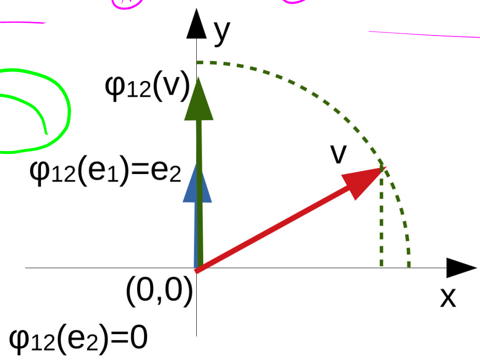


rotacja i rozciąganie $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ rozciąganie i rotacja $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

nie jest różnowartościowe

$\varphi(w)=\varphi(v)$





$\det A = 0$

φ nie jest odwracalne

rzutowanie (projekcja) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ projekcja i rotacja $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$(e_1, e_2) \rightarrow (e_1, 0)$!

baza

lin. zależny nie baza

$\det \llcorner\!\lrcorner = 0$